

学习情境

直流电路应用与测试



电路有多种多样，直流电路和交流电路就是常见的两种电路。直流电路就是由直流电源供电的一种电路，也是比较简单的一种电路。如干电池给手电筒供电。关于直流电路的内容在这里主要介绍的是由各种线性元件所组成的电路，对于各种元件的特点及分析方法的掌握是直流电路分析的基础。

本章主要介绍电阻、电源的等效变换方法及直流电路分析的各种方法，如支路电流法、节点电压法、网孔法等。除了在前面介绍的基尔霍夫定律之外，在这里也有两个重要的定理广泛应用于直流电路的分析中，即叠加定理和戴维南定律。同一个问题有时候可以用不同的方法解决，但是有时候选择一个合适的方法会让问题变得更简单。所以对各种分析方法的运用就显得十分重要。

学习目标

- 掌握简单电路电阻串、并联等效变换、电压源和电流源的等效变换方法。
- 熟练掌握支路电流法、节点电压法、网孔法在电路分析中的运用。
- 掌握叠加定理、戴维南定理内容及在电路分析中的适用条件和应用，进一步掌握复杂电路的分析。

学习重点

- 支路法、节点法、网孔法的应用。

学习难点

- 利用叠加定理和戴维南定律分析复杂电路。

2.1 电路的等效

面对一个复杂的电路，进行电路分析时，首先要做的是简化电路，而简化电路一个行之有效的办法就是利用电路和电路之间的等效关系进行简化。电路的等效主要包含电阻的

等效和电源的等效。

2.1.1 电阻的等效

电阻电路是最简单的一种电路，它的连接方式有多种，主要有串联、并联、混联等形式。下面分别介绍电阻的不同连接方式和各自特点。

1. 串联电阻的等效

从图 2-1(a) 可以看出三个电阻同在一个支路上，流过的电流是同一个电流，称之为串联。三个电阻的电压分别为 $u_1 = iR_1$ ， $u_2 = iR_2$ ， $u_3 = iR_3$ 。根据基尔霍夫电压定律可知总电压：

$$u = u_1 + u_2 + u_3 = iR_1 + iR_2 + iR_3 = i(R_1 + R_2 + R_3) = iR$$

所以，

$$R = R_1 + R_2 + R_3 = \frac{u}{i}$$

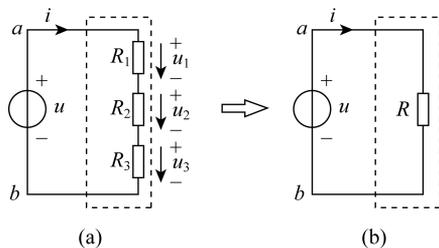


图 2-1 串联电阻的等效

此时，可用电阻 R 来代替原电路中的三个电阻，如图 2-1(b) 所示。等效以后的电路中流过的电流和原电路中的电流仍相等。即等效前后电路的输出电压和输出电流是不变的。需要注意的是电路的等效只对外等效，对内不等效。

串联电阻具有如下性质。

- (1) 串联电阻流过的电流相等。
- (2) 若 n 个电阻串联，则等效后的电阻等于串联电阻所有电阻之和。

等效电阻
$$R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i$$

- (3) 串联电阻具有分压的作用。

$$u_1 = iR_1 = \frac{u}{R}R_1 = \frac{R_1}{R}u,$$

同理第 i 个电阻上的电压
$$u_i = iR_i = \frac{u}{R}R_i = \frac{R_i}{R}u$$

由此可以看出，串联的电阻上所分电压和电阻的阻值成正比。例如，电位器输出电压的改变就是利用串联电阻的分压作用实现的。

【例题 2-1】如图 2-2 所示， R 是滑动电变阻器，电源 $U = 10\text{V}$ ， $R_1 = 500\Omega$ ， $R = 1000\Omega$ 。当滑动点到 a 点时，输出 U_1 是多少？当滑动到中间时，输出 U_1 又是多少？

解：当滑到 a 点时，根据串联电阻的分压公式可知：

$$U_1 = \frac{R}{R + R_1} U = \frac{1000}{1000 + 500} \times 10 = 6.67 (\text{V})$$

当滑动到中间时, 假设中间点为 o, 到 b 点的电压 500V, 所以

$$U_1 = \frac{R_{ob}}{R + R_1} U = \frac{500}{1000 + 500} \times 10 = 3.33 (\text{V})$$

(4) 串联电阻的总功率等于各电阻功率之和

$$p = u_1 i + u_2 i + u_3 i + \cdots = (u_1 + u_2 + u_3) i = u i = i^2 R = \frac{u^2}{R}$$

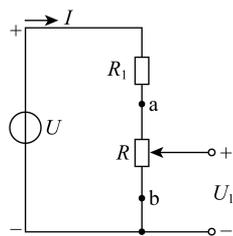


图 2-2 分压电路

2. 并联电阻的等效

如图 2-3(a) 所示, 各电阻均连接与相同的两个节点之间, 具有相同的电压, 称为并联, 因各支路的电流分别是 $i_1 = \frac{u}{R_1}$, $i_2 = \frac{u}{R_2}$, \cdots , $i_n = \frac{u}{R_n}$, 根据基尔霍夫电流定律可知: 总电流

$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_n = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} + \cdots + \frac{u}{R_n} = u \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n} \right) = \frac{u}{R}$$

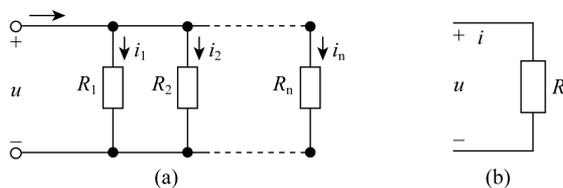


图 2-3 并联电阻的等效

此时, 可用一个等效电阻 R 来代替原电路中所有并联电阻, 如图 2-3(b) 所示, 等效电阻 R 和各电阻之间的关系是

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$

各电阻的电导是: $G_1 = \frac{1}{R_1}$, $G_2 = \frac{1}{R_2}$, \cdots 写成电导的形式为等效电导

$$G = G_1 + G_2 + \cdots + G_n$$

所以并联电阻具有如下性质。

- (1) 各并联的电阻两端电压相等。
- (2) 并联电导的等效电导等于各电导之和。
- (3) 并联电阻具有分流作用。如第 n 个电阻上所分电流为

$$i_n = \frac{u}{R_n} = \frac{iR}{R_n} = \frac{R}{R_n} i \text{ 或 } i_n = uG_n = \frac{i}{G} G_n$$

所以, 并联电阻每个电阻上所流过的电流大小和电阻阻值大小成反比, 与电导成正比。

(4) 并联电阻的总功率等于各电阻功率之和

$$p = u i_1 + u i_2 + \cdots + u i_n = u (i_1 + i_2 + \cdots + i_n) = u i = u^2 G$$

【例题 2-2】如图 2-4(a) 所示灵敏电流计满偏电流 $I_{gm} = 10\text{mA}$ ，内阻 $R_g = 50\Omega$ ，现将其改为量程为 10A 的电流表，需并联多大的电阻？

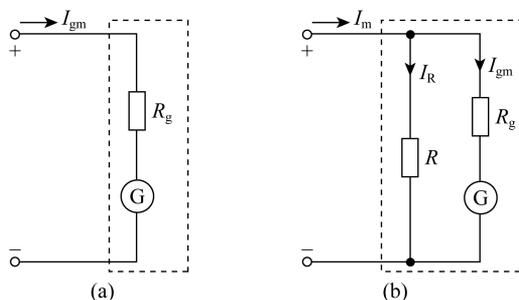


图 2-4 电流表改装

解：假设并联电阻 R ，该支路电流为 I_R ，总电流为 I_m ，根据基尔霍夫电流定律可知：

$$I_m = I_{gm} + I_R$$

$$R = \frac{I_{gm}}{I_m - I_{gm}} R_g = \frac{0.01}{10 - 0.01} \times 50 = 0.05\Omega$$

根据并联电阻的分流原理可知，并入的电阻越小，所分电流越大。

3. 混联电阻的等效

实际的电阻电路中既有串联也有并联，称之为电阻混联。对混联电阻电路进行等效变换时，可按照电阻串联和电阻并联的等效关系分步进行等效变换，最终等效为一个简单的电路。

【例题 2-3】画出图 2-5(a) 的等效电路，求 a、b 之间的等效电阻 R_{ab} 。

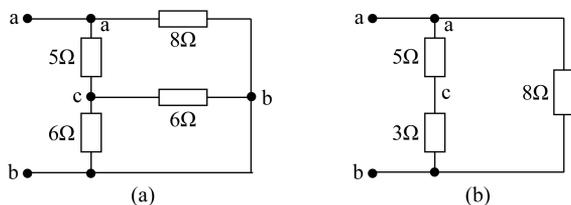


图 2-5 电阻混联的等效

解：该电路有 a、b、c 三个节点，根据串联电阻和并联电阻的特点可知：两个 6Ω 的电阻并联于节点 a、c 之间，然后和 5Ω 的电阻串联。最后再和 8Ω 电阻并联。等效电路如图(b)所示。

$$R_{bc} = \frac{6 \times 6}{6 + 6} = 3(\Omega)$$

$$R_{ab} = (3 + 5) // 8 = 4(\Omega)$$

其中，// 表示电阻并联。

4. 电阻的星形连接和三角形连接之间的等效(Y-Δ 等效)

如图 2-6(a) 所示，三个电阻依次首尾相连形成三角形连接，每个公共引出端 1、2、

3 与外电路连接结构。当三个电阻的一端共同接与同一个公共节点，电阻的另外一端则与外电路连接，形成星形连接结构，如图 2-6(b) 所示。两个电路等效的条件是：两个电路对应端子的输出电流相等，对应端子之间的电压相等。当图 2-6(a)(b) 两个电路相等效时，悬空第 3 端子，则端子 1、2 之间的阻值为

$$R_1 + R_2 = \frac{R_{12}(R_{23} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}},$$

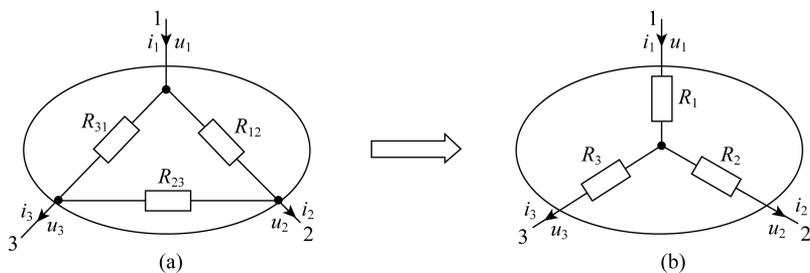


图 2-6 电阻的三角形连接和星形连接的等效

悬空第 2 端子，则端子 1、3 之间的阻值为

$$R_1 + R_3 = \frac{R_{31}(R_{12} + R_{23})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}},$$

悬空第 1 端子，则端子 2、3 之间的阻值为

$$R_2 + R_3 = \frac{R_{23}(R_{12} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

由以上三个方程可以联立求得三角形电阻网络等效于星形电阻网络的公式。

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{aligned} \right\}$$

同理可得星形电阻网络等效为三角形电阻网络的公式。

$$\left. \begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3} \\ R_{23} &= \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1} \\ R_{31} &= \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2} \end{aligned} \right\}$$

假设在对称电路中有 $R_{12} = R_{23} = R_{31} = R_{\Delta}$ ， $R_1 = R_2 = R_3 = R_Y$ ，则以上式子可写作 $R_{\Delta} = 3R_Y$ ， $R_Y = \frac{1}{3}R_{\Delta}$ 。

【例题 2-4】求图 2-7 电路 a、b 两端的等效电阻。

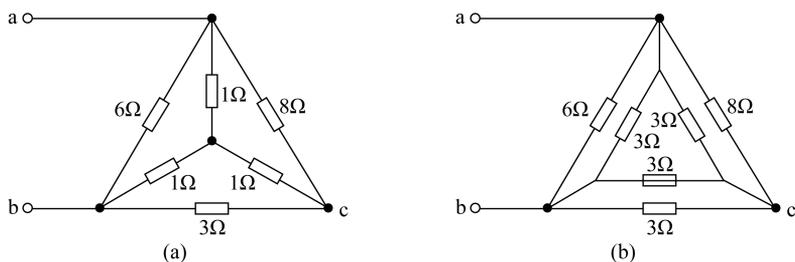


图 2-7 例题 2-4 图

解：图 2-7(a) 图中三个 1Ω 的电阻构成星形连接网络，可将其等效为三角形结构，等效电路如图 2-7(b) 所示，根据电阻三角形网络和星形网络的等效关系可知：

$$R_{\Delta} = 3R_Y = 3\Omega$$

$$R_{ac} = \frac{3 \times 8}{3 + 8} \approx 2.18(\Omega)$$

$$R_{bc} = \frac{3 \times 3}{3 + 3} = 1.5(\Omega)$$

$$R_{ab} = (R_{ac} + R_{bc}) // 3 // 6 = (2.18 + 1.5) // 3 // 6 \approx 1.3(\Omega)$$

2.1.2 电源的等效

1. 实际电压源的等效

实际电压源存在内阻 R_s ，外接负载向外提供电流 i 时，它的端电压 u 总是小于理想电压源的电压 u_s ，因此实际电压源可用一理想电压源和一电阻相串联的模型表示。如图 2-8(a) 所示，它的端电压随外电流的增大而减小，伏安关系： $u = u_s - iR_s$ 。伏安特性曲线如图 2-8(b) 所示。

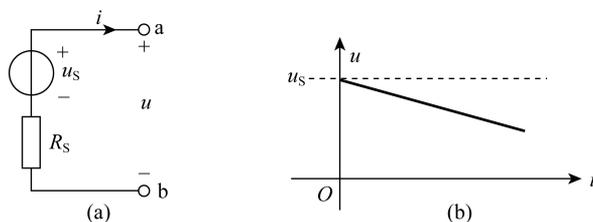


图 2-8 实际电压源的模型和伏安特性

当多个电压源串联时，如图 2-9(a) 所示，基尔霍夫电压定律可知，端口电压：

$$U = U_{S1} - IR_{S1} + U_{S2} - IR_{S2} = (U_{S1} + U_{S2}) - I(R_{S1} + R_{S2}) = U_S - IR_S$$

此时，可用一个电压源 U_S 和一个电阻 R_S 串联的模型来代替原电路，此模型称为电源的戴维南模型。如图 2-9(b) 所示称为原电路(a)的等效电路。在该电路中有

$$U_S = U_{S1} + U_{S2}$$

$$R_S = R_{S1} + R_{S2}$$

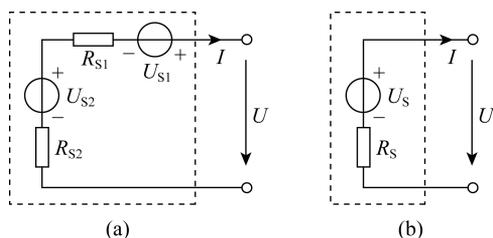


图 2-9 电压源串联的等效电路

所以,当 n 个电压源串联时,可等效为一个电压源,其电压等于原电路中所有电压源电压的代数和,等效后的电压源内阻等于原电路中所有电压源的内阻之和。即等效电压:

$$U_S = U_{S1} + U_{S2} + \cdots + U_{SK} = \sum_{k=1}^n U_k \text{ 或 } u_s = \sum_{k=1}^n u_k, \text{ 等效内阻 } R_S = \sum_{i=1}^n R_{si}。$$

需要注意的是:电压源在电压相等、极性相同的时候才可以并联,否则违背了基尔霍夫电压定律。

2. 实际电流源的等效

实际电流源向外提供电流时,由于自身内阻的存在,向外提供的电流 i 要小于理想电流源的电流 i_s ,且会随着端电压的增加而减小。实际电流源的伏安关系为 $i = i_s - uG_s$,因此,实际电流源的等效模型和伏安特性曲线如图 2-10 所示。

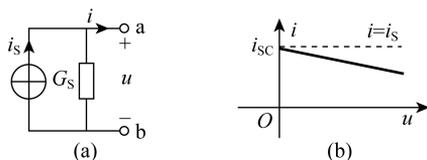


图 2-10 实际电流源模型及伏安特性

当多个电流源并联时,如图 2-11(a)中虚线部分所示,根据基尔霍夫电流定律及并联电阻的等效关系可知:

$$\begin{aligned} I &= I_{S1} - \frac{U}{R_{S1}} + I_{S2} - \frac{U}{R_{S2}} = (I_{S1} + I_{S2}) - U \left(\frac{1}{R_{S1}} + \frac{1}{R_{S2}} \right) \\ &= I_S - \frac{U}{R_S} \end{aligned}$$

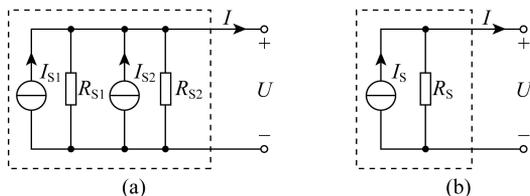


图 2-11 电流源串联及等效电路

此时,可用一个电流源 I_S 和一个电阻 R_S 相并联的模型来代替原电路。此模型称为电源的诺顿模型。如图 2-11(b)称为电路(a)的等效电路,在该电路中,有

$$I_s = I_{s1} + I_{s2}$$

$$\frac{1}{R_s} = \frac{1}{R_{s1}} + \frac{1}{R_{s2}} \text{ 或 } G_s = G_{s1} + G_{s2}$$

所以，当 n 个电流源并联时，可等效为一个电流源。等效电流源的电流等于原电路中所有电流源电流的代数和。等效电导等于原电路中所有电导之和。即等效电流源的电流为

$$I_s = I_{s1} + I_{s2} + \dots + I_{sn} = \sum_{k=1}^n I_{sk} \text{ 或 } i_s = \sum_{k=1}^n i_{sk}, \text{ 等效电导 } G_s = \sum_{k=1}^n G_{sk}。$$

3. 实际电压源和实际电流源的等效

如图 2-12 所示，当实际电压源的端口电压和实际电流源的端口电压相等，实际电压源的端电流和实际电流源的端电流相等时，称这两个电路相互等效。

图 2-12(a) 有 $u = u_s - iR_s, i = \frac{u_s}{R_s} - \frac{u}{R_s}$;

图 2-12(b) 有 $u = \frac{i_s}{G_s} - \frac{i}{G_s}, i = i_s - uG_s$

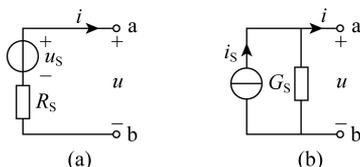


图 2-12 实际电压源和实际电流源的等效

根据等效条件，可得 $u_s = \frac{i_s}{G_s}, R_s = \frac{1}{G_s}$

$$i_s = \frac{u_s}{R_s}, G_s = \frac{1}{R_s}$$

所以，实际电流源等效为实际电压源时，电压源的电压 u_s 等于电流源的电流 i_s 除以电流源的电导 G_s ，电压源的内阻 R_s 等于电流源电导 G_s 的倒数。同理，实际电压源等效为实际电流源时，电流源的电流等于电压源的电压 u_s 除以电压源内阻 R_s ，电流源的电导 G_s 等于电压源内阻 R_s 的倒数。

需要注意的是电流源的电流方向和电压源的电压方向相反，且理想电压源和理想电流源之间不能等效。电流源只有电流大小相等，方向相同时才可以串联，否则违背基尔霍夫电流定律。

【例题 2-5】如图 2-13 所示，利用电源的等效变换简化，求电路图 2-13(a) 中负载 R 的电流 i 。

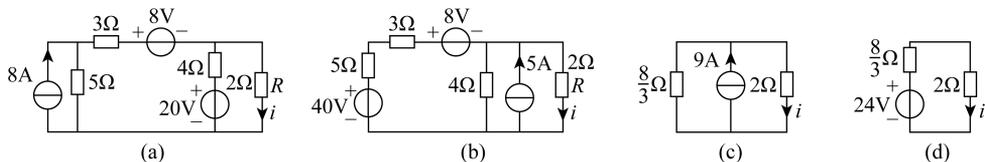


图 2-13 例题 2-5 图

解：求负载的电流 i 时，先把待求支路去掉，将剩下的电路部分进行等效变换，最终变换为一个简单的电路，再将待求支路代入进行求解。当电路中存在电源的戴维南模型和诺顿模型相串联时，可将电源的诺顿模型等效变换为戴维南模型，再利用电压源串联的等效关系进行变换，如图 2-13(b) 所示。当电源的戴维南模型和诺顿模型相并联时，可将电源的戴维南模型等效变换为诺顿模型，再利用电流源并联的等效关系进行变换，如图 2-13(c) 所示，最后等效为一个简单的电路，再将待求支路代入，如图 2-13(d) 所示。最终利用基尔霍夫电压定律可求得流过负载 R 的电流

$$i = \frac{24}{2 + \frac{8}{3}} \approx 5.1 \text{ (A)}$$

除以上的等效关系外，电源的等效还有以下情况。如：一个理想电流源 I_s 与电压源或电阻或网络相串联时，仍等效为一个理想电流源，等效电流源的电流为 I_s ，即与理想电流源串联的支路看作一条短路线。一个理想电压源 U_s 与电流源或电阻或网络相并联时，仍等效为一个理想电压源，等效电压源的电压为 U_s ，即与理想电压源并联的支路可去掉。

4. 受控源的等效变换

受控电压源和受控电流源之间的等效关系和实际电源之间的等效关系相同。但仍有区别，与实际电源之间的等效不同的是，在变换过程中，受控源的控制量要保留或转移。图 2-14 是受控电压源和受控电流源之间的等效关系。

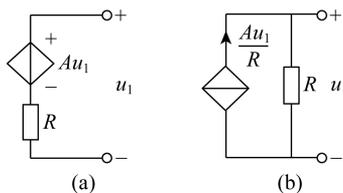


图 2-14 受控电压源和受控电流源的等效模型

【例题 2-6】如图 2-15 所示，电路中的电阻均为 1Ω ，求图示电路中的输入电阻 R_{in} 。

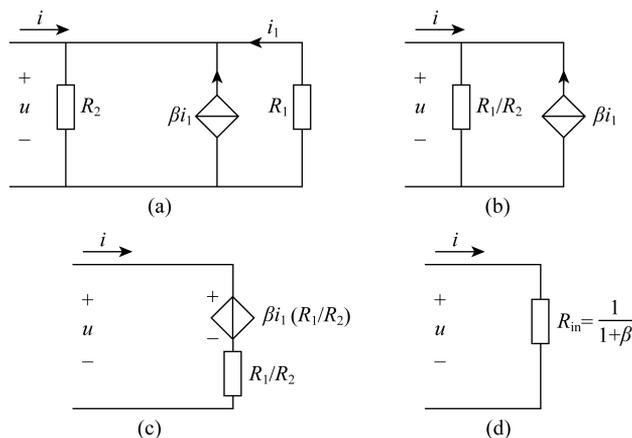


图 2-15 例题 2-6 图

解：电路中有两个电阻并联，可等效为一个电阻。如图 2-15(b) 所示，假设等效后的电阻为 R ，则 $R = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$ ，然后将受控源的诺顿模型等效变换为戴维南模型如图 2-15(c) 所示。在等效变换的过程中，受控源的控制量 i 会丢失，因此在等效变换前要将控制量进行转移。可将其转移为电路的端口电压 u ，则由图(a)(b)(c) 可得

$$i_1 = -\frac{u}{R_1}$$

$$u = i(R_1 // R_2) + \beta i_1 (R_1 // R_2) = iR - \beta R \frac{u}{R_1}$$

$$R_{in} = \frac{1}{1 + \beta}$$

由结果可知，一个只包含受控源和电阻，不包含独立源的电路，最终等效为一个电阻。等效电阻的阻值由受控源和电阻的参数决定。

2.2 支路电流法

电路分析的方法有很多，除了电路的等效、基尔霍夫定律之外，还有支路电流法、节点法、网孔分析法等。同样的一个问题可以用不同的方法求解。但有些问题选择合适的方法会更简单些。支路电流法就是以支路电流为变量，利用支路的伏安关系、基尔霍夫定律建立方程，以求得所求支路电流的基本方法。

用支路法求解电路时需标出各支路电流的参考方向，此参考方向可以任意假设，根据基尔霍夫电流定律写出节点的 KCL 方程。当电路有 n 个节点 b 条支路时，选取其中一个作为参考点，可写出 $(n-1)$ 个节点的电流方程。选取 $b - (n-1)$ 个独立回路，根据 KVL，写出独立回路的电压方程。将 KCL、KVL 方程联立可求得支路电流等变量。

【例题 2-7】已知电压源 $U_s = 20V$ ，试求图 2-16 所示电路的 I_1 、 I_2 、 I_3 。

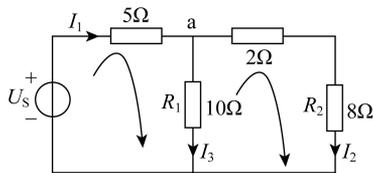


图 2-16 例题 2-7 图

解：电路有两个节点，选节点 b 为参考点，假设流入节点的电流为正，流出为负，根据基尔霍夫定律写出节点 a 的 KCL 方程。选取两个独立回路，以顺时针为绕行方向，建立两个独立回路的 KVL 方程。建立电压方程时，回路中各元件的电压方向和绕行方向同时取正值，相反时取负值。

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$5I_1 + 10I_3 - U_s = 0$$

$$2I_2 + 8I_2 - 10I_3 = 0$$

联立三个方程求解得到： $I_1 = 2\text{A}$ ， $I_2 = 1\text{A}$ ， $I_3 = 1\text{A}$

当电路中有支路串联电流源时，在写回路的 KVL 方程时，可根据需要假设电流源的端电压为未知变量，电流源所在支路的电流等于该电流源的电流。当电路中存在电流源和电阻并联的形式时，要将其等效变换为电压源和电阻串联的形式，再进行方程的建立。电路中包含受控源时要把它当作独立源对待，然后补充和控制量有关的方程即可。

【例题 2-8】求电路中的电流 I_1 和 I_2 。

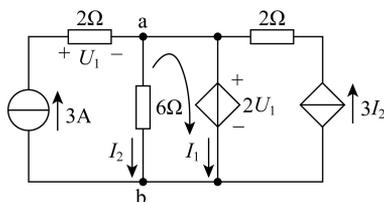


图 2-17 例题 2-8 图

解：电路中包含受控源时，按独立源对待。电路中有两个节点，选 b 为参考点，建立节点 a 的 KCL 方程。电路中可选择三个独立回路建立 KVL 方程，因左右两个独立回路中包含电流源，在建立电压方程时需假设电流源的电压，这样会增加一个未知量，使方程变得复杂，因此选择中间的独立回路最为合适。假设回路的绕行方向是顺时针，电流方向如图所示，写出方程：

$$\left. \begin{aligned} I_1 + I_2 &= 3I_2 + 3 \\ 2U_1 - 6I_2 &= 0 \\ U_1 &= 2 \times 3 = 6\text{V} \end{aligned} \right\}$$

联立求解可得： $I_1 = 7\text{A}$ ， $I_2 = 2\text{A}$

【例题 2-9】如图 2-18 所示，已知 $U_{S1} = 10\text{V}$ ， $U_{S2} = 20\text{V}$ ，求电路中的电流 I_1 。

解：因电路中存在受控源电流源和电阻并联的形式，把它试作独立源，将其等效变换为电压源和电阻串联的形式，如图 2-18(b) 所示。假设三条支路的电流和方向如图 2-18(b) 所示，建立如下方程。

$$\begin{aligned} I_1 - I_2 - I_3 &= 0 \\ 6I_1 + 4I_2 + U_{S2} - U_{S1} &= 0 \\ 5I_3 - 10I_1 - U_{S2} - 4I_2 &= 0 \end{aligned}$$

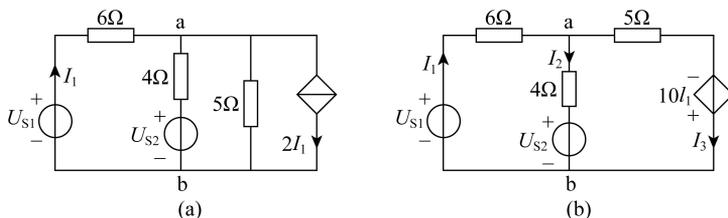


图 2-18 例题 2-9 图

将数据代入方程，联立求解可得： $I_1 = -\frac{5}{17}\text{A}$

2.3 节点电压法

节点电压法是以节点电压为变量, 利用基尔霍夫电流定律建立节点的 KCL 方程, 建立方程时要先选择其中一个节点作为参考点, 写出其余节点的电流方程。该方法适用于电路网孔较多, 但节点较少的电路。

如图 2-19 所示, 电路共有三个节点, 选择公共节点 0 作为参考点, 分别假设另外两个节点 1、2 相对于参考点的电压分别为 U_1 、 U_2 , 假设流出节点的电流为正, 流入为负, 写出这两个节点的电流方程如下。

$$I_1 + I_3 - I_{S1} - I_{S3} = 0$$

$$I_2 - I_3 - I_{S2} + I_{S3} = 0$$

因 $I_1 = \frac{U_1}{R_1}$, $I_2 = \frac{U_2}{R_2}$, $I_3 = \frac{U_1 - U_2}{R_3}$ 带入上面两个方程, 整

理可得

$$\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_1}{R_3} - \frac{U_2}{R_3} = I_{S1} + I_{S3}$$

$$\frac{U_2}{R_2} + \frac{U_2}{R_3} - \frac{U_1}{R_3} = I_{S2} - I_{S3}$$

写出电导的形式为

$$U_1 G_1 + U_1 G_3 - U_2 G_3 = I_{S1} + I_{S3}$$

$$U_2 G_2 + U_2 G_3 - U_1 G_3 = I_{S2} - I_{S3}$$

对于电压为 U_1 的节点 1 来说, 该节点称为自节点, 与它相连接的电导称为自电导, 若电路中存在电压源与电阻串联其余节点称为它的互节点, 连接自节点和互节点的电导称为互电导。在图 2-19 中, R_3 既是节点 1 的自电阻(自电导), 也是它的互电阻(互电导)。因此, 由以上分析可知, 节点电压法方程的建立可描述为: 自节点的电压乘以自电导之和减去互节点的电压乘以互电导之和等于流入自节点的所有电流源的代数和(流入自节点的电流取正值, 流出自节点的电流取负值)。

用节点电压法求解电路时, 需注意: 当电路中存在电压源和电阻相串联的形式时, 先要将其等效变换为电流源和电阻并联的形式, 然后再按照基尔霍夫电流定律建立方程。当电路中有受控源存在时, 要将其按独立源对待, 但是需要补充和控制量有关的方程即可。

【例题 2-10】 列出如图 2-20 所示电路的结点电压方程, 求电流 I 。

解: 因电路中存在电压源和电阻串联, 首先将其等效变换成电流源和电阻并联的形式, 如图 2-20(b)所示, 当电路中取节点 O 为参考节点, 假设节点 A、B、C 对于参考点的电压为 U_A 、 U_B 、 U_C , 所以 C 点电压 $U_C = 15I$, $I = \frac{U_B}{20}$, 带入以下节点方程。

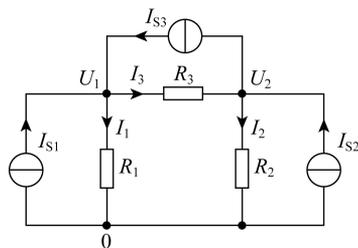


图 2-19

$$U_A \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} \right) - \frac{1}{5} U_B - \frac{1}{10} U_C = 5$$

$$U_B \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20} \right) - \frac{1}{5} U_A - \frac{1}{4} U_C = 0$$

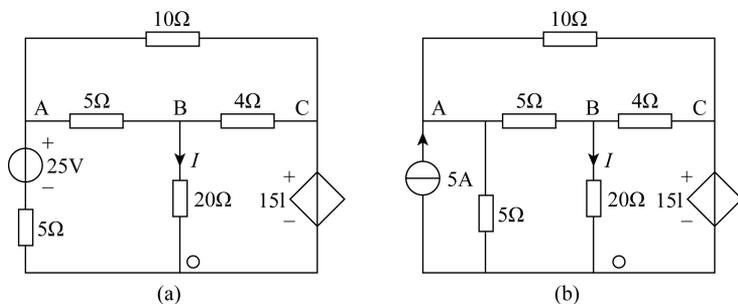


图 2-20 例题 2-10 图

联立方程求解得： $U_A = 15.5\text{V}$ ， $U_B = 9.9\text{V}$ ， $I = 0.5\text{A}$ 。

【例题 2-11】利用节点法求图 2-21 电路中电压 u 。

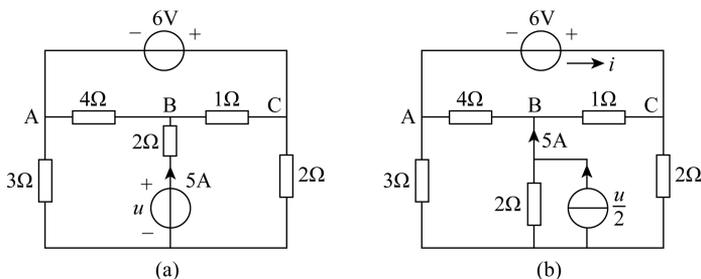


图 2-21 例题 2-11 图

解：取 5V 的电压源负极为参考点，假设 A、B、C 三点的电位分别为 u_A 、 u_B 、 u_C ，先将电源的戴维南模型等效变换为诺顿模型，如图 2-21(b) 所示，因电路中存在 6V 的理想电压源，需假设通过它的电流为 i ，并将其看作电流源，写成三个节点的节点方程组。

$$\text{节点 A 的方程为(1): } u_A \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) - u_B \frac{1}{4} = -i$$

$$\text{节点 B 的方程为(2): } u_B \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1 \right) - u_A \frac{1}{4} - u_C = \frac{u}{2}$$

$$\text{节点 C 的方程为(3): } u_C \left(1 + \frac{1}{2} \right) - u_B = i$$

$$6\text{V 电压源的关系(4): } u_C - u_A = 6\text{V}$$

$$\text{节点 B 的电压为(5): } u_B = u - 2 \times 5$$

将方程(1) + (3)相加可得

$$u_A \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) + u_C \left(\frac{1}{2} + 1 \right) - u_B \left(\frac{1}{4} + 1 \right) = 0$$

把节点 A、B 看作是一个广义节点，其他节点视为广义节点的互节点。此方程可看作

是广义节点的方程，可理解为：广义节点的电位乘以与广义节点相连的所有电导之和减去互节点的电位乘以与广义节点的互电导之和，等于流入广义节点的所有电流源的电流代数和。

与方程(2)(4)(5)联立可以求得

$$u = 21.2\text{V}$$

【例题 2-12】电路如图 2-22 所示，求电压 U_{A0} 。

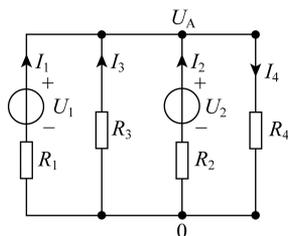


图 2-22 例题 2-12 图

解：电路具有两个节点，如图假设两个节点的电位分别是 U_A 、 U_0 ，写出节点电压方程。

$$U_A \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) - U_0 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2}$$

$$(U_A - U_0) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2}$$

$$U_{A0} = \frac{\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

由以上结果可知，当电路中由多个电源和电阻组成，具有多条支路但只有两个节点时，两个节点之间的电压等于该电路中流入高电位点的所有电流源的代数之和乘以所有支路的电导之和。将此定理称为弥尔曼定理。

2.4 网孔分析法

网孔电流分析法是以网孔电流为变量，根据基尔霍夫电压定理写出网孔的电压方程。网孔电流是一种假想的电流，一般以顺时针方向沿着网孔路径流动。当电路中有 b 条支路 n 个节点时，可列出 $b - (n - 1)$ 个独立的 KVL 方程。求出网孔电流后，即可根据网孔电流和支路电流的关系进一步求出支路电流、支路电压等其他物理量。

如图 2-23 所示，该电路有 6 条支路 4 个节点，暂不考虑支路电流。假设选取的三个网孔电流分别为 I_a 、 I_b 、 I_c ，以顺时针为绕行方向，建立三个网孔的 KVL 方程。以图 2-23 中网孔 1 为例，写网孔 1 的电压方程。此时网孔 1 称为自网孔。网孔 1 的电流称为自电流。其他相邻网孔称为互网孔，互网孔中的电流称为互电流。网孔 1 中的所有电阻之和称

为自电阻。网孔1和其他相邻网孔有公共电阻时,此公共电阻称为网孔1的互电阻。根据基尔霍夫电压定律可知,在建立KVL方程的过程中,当网孔中的电压源的电压方向和网孔电流方向一致时在等式左边取正值,当电压源电压方向和网孔电流方向相反时取负值。网孔1中 U_1 的电压方向和网孔电流 I_a 方向一致在等式左边取正值。因其他网孔电流在该互电阻上也会产生压降,如 I_b 在互电阻 R_2 产生电压,如 I_c 在 R_3 产生电压。所以,还要加上互电流在互电阻上产生的电压。

$$\begin{aligned} I_a(R_1 + R_2 + R_3) - I_b R_2 - I_c R_3 &= -U_1 \\ I_b(R_2 + R_4 + R_6) - I_a R_2 - I_c R_6 &= U_4 - U_2 \\ I_c(R_3 + R_5 + R_6) - I_a R_3 - I_b R_6 &= -U_3 \end{aligned}$$

因该电路中,互电流在互电阻上产生的电压和自电流在互电阻上产生的电压方向相反,所以取负值。由此可以看出,网孔法建立方程的特点是:自电阻乘以自电流加上互电阻乘以互电流等于该网孔中所有电压源电压升高的代数和。

当求出网孔电流后,可根据网孔电流和支路电流的关系进一步求出支路电流。如图2-23中所示,网孔电流和支路电流的关系是

$$I_1 = I_a, I_2 = I_b - I_a, I_3 = I_c - I_a, I_4 = I_b, I_5 = -I_c, I_6 = I_b - I_c$$

用网孔法求解电路的电量时,当电路中存在电流源时,要增设电流源的电压为未知量。

【例题2-13】图2-24所示,已知电压源 $U_s = 20\text{V}$, $I_2 = 2\text{A}$,求电流 I_1 、 U 。

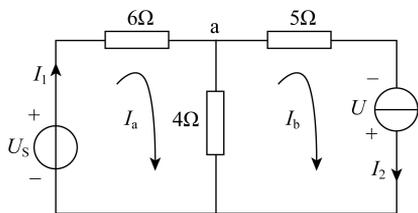


图2-24 例题2-13图

解:该电路中存在理想电流源,要想利用网孔法建立KVL方程,需增设电流源两端的电压为 U 这一未知量。假设两个网孔的电流分别为 I_a 、 I_b ,以顺时针为方向,因网孔电流 I_b 和电流源的电流是相同的,所以建立方程有

$$\begin{aligned} I_a(4 + 6) - 4I_b &= 20 \\ I_b &= I_2 = 2\text{A} \end{aligned}$$

联立求解可得: $I_a = 2.8\text{A}$, $I_1 = I_a = 2.8\text{A}$ 。

以网孔电流 I_b 建立KVL方程:

$$U = I_b(4 + 5) - 4I_a = 6.8\text{V}$$

【例题2-14】电路如图2-25所示,列出该电路的网孔电流方程。

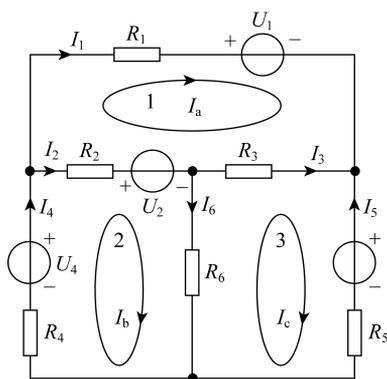


图2-23 网孔分析法举例

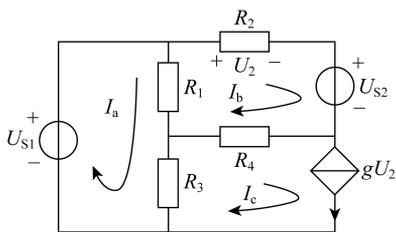


图 2-25 例题 2-14 图

解：因电路中有受控电流源存在，分析时需将它按电压源对待，假设电流源两端的电压为 U ，如图 2-25 所示。因为受控源受控制量 U_2 控制，因此要补充控制量的方程。假设 3 个网孔的电流分别为 I_a 、 I_b 、 I_c ，建立 kVL 方程：

$$\begin{aligned} I_a \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right) - I_b \frac{1}{R_1} &= U_{S1} \\ I_b \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \right) - I_a \frac{1}{R_1} - I_c \frac{1}{R_4} &= -U_{S2} \\ I_c \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) - I_a \frac{1}{R_3} - I_b \frac{1}{R_4} &= U \\ I_c &= gU_2 \end{aligned}$$

控制量方程为 $U_2 = I_b R_2$

2.5 叠加定理

在一个线路电路中，如果同时存在多个独立源(称为激励)，那么电路中任一支路的电压或电流(称为响应)等于每一个独立源单独起作用时在支路上产生的电压或电流的代数和，称之为叠加定理。叠加定理可将一个复杂的电路分解为几个简单的电路，使计算更为简单，该方法只适用于线性电路。下面是叠加定理的证明，如图 2-26(a)所示，求各支路的电流 I_1 、 I_2 、和 R_2 两端的电压 U_{AB} 。

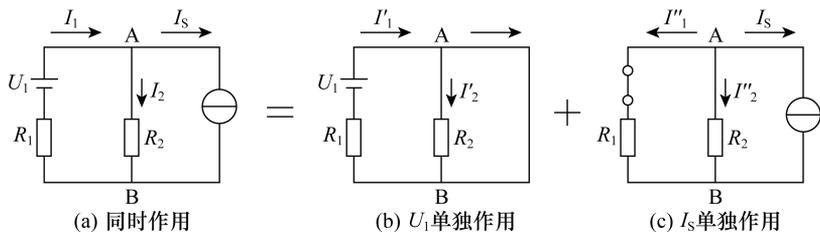


图 2-26 叠加定理举例

图 2-26(a) 中可利用弥尔曼定理求得

$$U_{AB} = \frac{\frac{U_1}{R_1} - I_S}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_1 - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_S$$

$$I_1 = \frac{U_1 - U_{AB}}{R_1} = \frac{1}{R_1 + R_2} U_1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_s$$

$$I_1 = \frac{U_1 - U_{AB}}{R_1} = \frac{1}{R_1 + R_2} U_1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_s$$

当电压源 U_1 单独起作用时, 电流源 I_s 置零, 相当于开路, 如图 2-26(b) 所示, 由基尔霍夫电压定律和串联电阻的分压公式可得

$$I'_1 = \frac{U_1}{R_1 + R_2}, I'_2 = \frac{U_1}{R_1 + R_2}, U'_{AB} = I'_2 R_2 = \frac{R_2 U_1}{R_1 + R_2}$$

当电流源 I_s 单独起作用时, 电压源 U_1 置零, 相当于短路, 如图 2-26(c) 所示, 可得:

$$I''_1 = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} I_s, I''_2 = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} I_s, U''_{AB} = -\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_s$$

当电压源和电流源共同起作用时, 如图 2-26(a) 所示, 利用叠加定理可得电路中的支路电流和电压分别为

$$I_1 = I'_1 + I''_1 = \frac{1}{R_1 + R_2} U_1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_s$$

$$I_2 = I'_2 + I''_2 = \frac{1}{R_1 + R_2} U_1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_s$$

$$U_{AB} = U'_{AB} + U''_{AB} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_1 - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_s$$

显然, 两种计算结果相同。叠加定理只适用于线性电路的电压、电流的计算, 不能用于电路功率的计算, 也不能用于非线性电路电压、电流的计算。

【例题 2-15】 如图 2-27(a) 所示, 利用叠加定理求电压 U 。

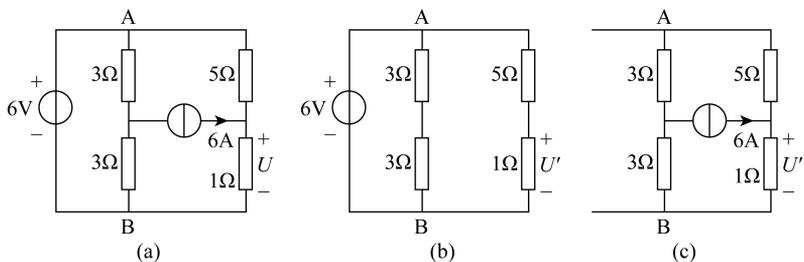


图 2-27 例题 2-15 图

解: 当电压源独立起作用, 电流源置零(相当于开路), 如图 2-27(b) 所示。

$$U_{AB} = 6V, U' = \frac{1}{1+5} \times 6 = 1V$$

当电流源起作用, 电压源置零(相当于开路), 如图 2-27(c) 所示由并联电阻的分流公式可得

$$U'' = \frac{8}{8+4} \times 6 \times 1 = 4V$$

所以,

$$U = U' + U'' = 1 + 4 = 5\text{V}$$

当电路中有受控源存在时,因受控源不能作为激励,所以当作为激励的独立源置零时,受控源要保留在电路中,且受控源的控制量要随激励的不同而不同。

【例题 2-16】如图 2-28 所示,用叠加定理求电流源电压 U_s 。

解:当独立电压源起作用,电流源置零时,受控源保留在电路中,电路如图 2-28 (b)所示。

$$I_1' = \frac{20}{10 + 10} = 1\text{A}$$

$$U_s' = -5I_1' + 10I_1' = 5\text{A}$$

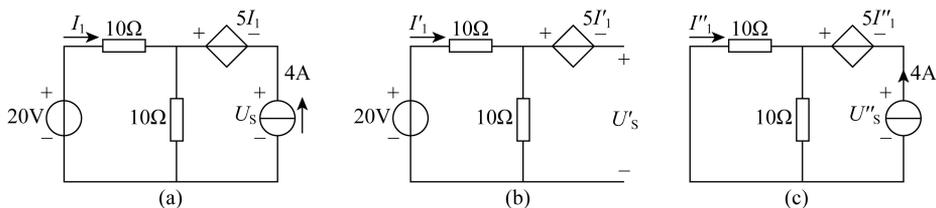


图 2-28 例题 2-16 图

当电流源作用于电路,电压源置零,电路如图 2-28(c)所示,根据电阻的分流公式可得

$$I_1'' = -\frac{10}{10 + 10} \times 4 = -2\text{A}$$

$$U_s'' = -5I_1'' + \frac{10}{10 + 10} \times 4 = 12\text{A}$$

$$U_s = U_s' + U_s'' = 5 + 12 = 17\text{A}$$

2.6 戴维南定理

具有两个引出端钮的电路称为二端网络,内部包含独立源的二端网络称为有源二端网络,不含独立源的称为无源二端网络。

很多时候我们只需要了解电路其中一条支路电压、电流的情况。戴维南定理可以把一个复杂的有源二端网络,等效为一个电压源和电阻串联的模型,因此又称其为等效电压源定律,适用于求复杂电路中某条支路的电压、电流或功率的问题。该定理可描述为:一个线性的含独立源的二端网络,对外电路,可等效为一个独立电压源和电阻相串联的形式,即电压源的戴维南模型。等效后的电压源的电压等于二端网络端口的开路电压,等效后的电阻等于二端网络内部所有独立源置零后的输入电阻。

利用戴维南定理时求解电路支路的物理量时,先将一个含源的复杂电路分成两部分:一部分是待求支路,另一部分就是去掉待求支路后的含源二端网络。再将含源二端网络等效为电压源的戴维南模型,最后将待求支路接入戴维南模型,即可将复杂的电路简单化。

【例题 2-17】如图 2-29(a)所示的电路,已知 $E = 8\text{V}$, $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = R_4 = 4\Omega$, $R_5 = 1\Omega$,试用戴维南定理求电阻 R_5 中的电流 I 。

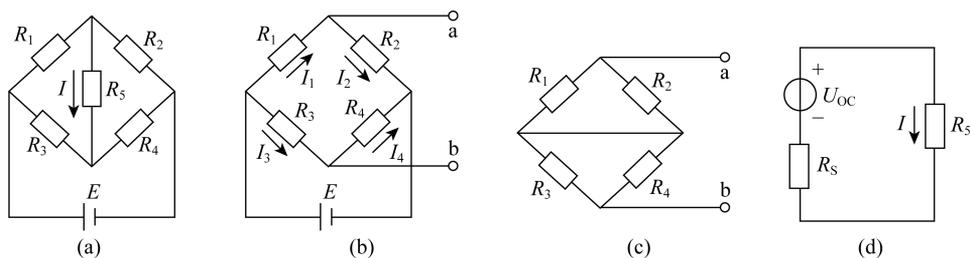


图 2-29 例题 2-17 图

解：(1) 先将待求支路 R_5 去掉，求剩下二端网络 a、b 之间的电压即开路电压 U_{oc} ，如图 2-29(b) 所示。

$$I_1 = I_2 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{8}{3 + 5} = 1 \text{ A}$$

$$I_3 = I_4 = \frac{E}{R_3 + R_4} = \frac{8}{4 + 4} = 1 \text{ A}$$

$$U_{oc} = -I_1 R_1 + I_3 R_3 = -1 \times 3 + 1 \times 4 = 1 \text{ V}$$

(2) 将图 2-29(b) 中的电压源置零，即短路，求二端网络 a、b 之间的等效电阻 R_s 。

$$R_s = (R_1 // R_2) + (R_3 // R_4) = (1 // 2) + (3 // 4) = 3.88 \Omega$$

(3) 根据戴维南定理画出等效电路，将待求支路带入，如图 2-29(c) 所示，则

$$I = \frac{U_{oc}}{R_s + R_5} = \frac{1}{3.88 + 1} \approx 0.2 \text{ A}$$

这种等效只是对外等效，即用电压源的戴维南模型代替二端网络后，待求支路的电压、电流、功率是不变的，但对于网络内部是不等效的。

【例题 2-18】求图 2-30(a) 中的电压 U 。

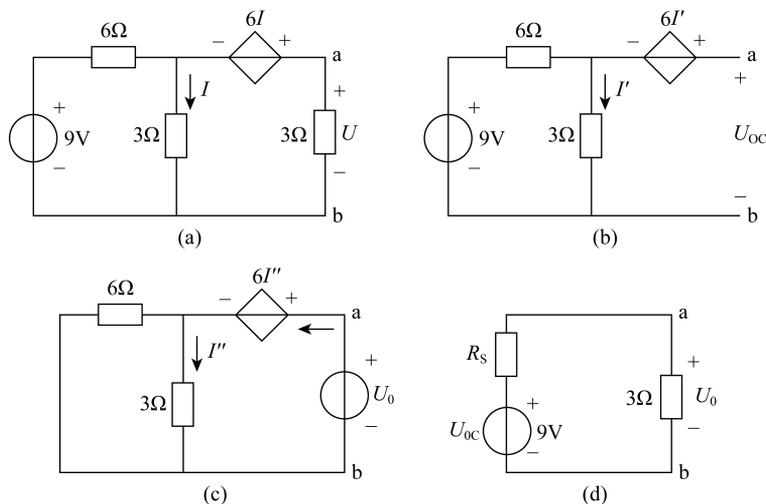


图 2-30 例题 2-18 图

解：(1) 将待求支路去掉。求开路电压 U_{oc} ，如图 2-30(b) 所示。

$$I' = \frac{9}{6+3} = 1\text{A}$$

$$U_{\text{oc}} = 6I' + 3I' = 9\text{V}$$

(2) 求等效电阻 R_s ，因电路中含有受控源，要保留在电路中，将独立源置零后，不再有激励，因此需要采用外置电源的方法求等效电阻。假设端口外接电压为 U_0 ，流入电流为 I_0 ，如图 2-30(c) 所示，可根据 $R_s = \frac{U_0}{I_0}$ 求等效电阻。

$$I'' = \frac{6}{6+3}I_0 = \frac{2}{3}I_0$$

$$U_0 = 6I'' + 3I'' = 9I'' = 9 \times \frac{2}{3}I_0$$

$$R_s = \frac{U_0}{I_0} = 6\Omega$$

(3) 画出戴维南等效电路，将待求支路带入，如图 2-30(d) 所示。

$$U_0 = \frac{9}{6+3} \times 3 = 3\text{V}$$

技能训练 1：万用表的组装与调试

一、实验目的

1. 掌握数字万用表中各部分电路的作用。
2. 学会 DT9205 数字万用表中各类元器件的质量检测。
3. 学会按照工艺要求安装电路与组装结构。
4. 初步掌握复杂电子设备的调试技能与故障排除方法。

二、实验原理

数字万用表是在数字电压表的基础上，配上各种变换器所构成的多功能测量仪表。因而具有交直流电压测量、电阻测量、电容测量逻辑电平测试、二极管测试、晶体三极管 HFE 测量及电路通断等多种功能。数字万用表的电路分为输入与变换部分、A/D 转换器部分、显示部分。输入与变换部分，主要通过电流 - 电压转换器 (I/V)、交流 - 直流转换器 (AC/DC)、电阻 - 电压转换器 (R/V)、电容 - 电压转换器 (C/V) 等，将各测量参数转换成 $0 \sim 200\text{mV}$ 的直流电压量 U_{IN} ， U_{IN} 再送入模拟/数字 (A/D) 转换器，将模拟电压转换为数字量后进行测量，最后由显示器显示被测量的值。

三、实验设备

装配工具：常用工具一套、包括电烙铁、螺丝刀、尖嘴钳、斜口钳、镊子、剪刀等。
常用耗材：焊锡丝、松香等。

DT9205A 数字万用表套件：包括元器件、结构件、接插件、电路板、外壳、测试表笔、9V 电池等。

四、实验内容

万用表的安装次序如下。

1. 印制板安装

双面板的 A 面是焊接面，中间环印制导线是功能，量程转换开关电路，需要小心保护，不得划伤或污染。安装前必须对照元件清单，仔细清理，测试元器件。其中，测试过的电阻要分开放，记录电阻值的大小。

2. 安装步骤

(1) 将清单上所有的元件焊接到印制电路板相应的位置上，电容、二极管、三极管采用立式焊接。二极管和三极管要注意极性。

(2) 安装电位器、三极管插座。注意安装方向：三极管插座装在 A 面而且应使定位凸点与外壳对准，在 B 面焊接。

(3) 安装保险座 L 和弹簧。焊接点大，注意预焊和焊接时间。并注意 L 的安装高度（太高的话后壳盖不上）。

(4) 安装电池线。电池线由 A 面三极管旁边孔穿过到 B 面再插入焊孔，在 A 面焊接。红线接“+”，黑线接“-”。

3. 液晶屏的安装

(1) 面壳平面向下置于桌面，从旋转圆孔两边垫起越 5mm。

(2) 将液晶屏放入窗口内，白面向上，方向标记在右方；用镊子（不要用手拿）把导电硅胶条放入液晶屏 PIN 脚处，注意保持导电硅胶条的清洁。再用 EVA 胶垫紧靠导电条贴在液晶屏上，固定住导电条。

4. 旋钮安装方法

(1) V 型弹簧片装到旋钮上，在一端靠外侧嵌入 2 片 V 型簧片（分别嵌在 1、3 横条上）；在另一端靠内侧嵌入 3 片 V 型簧片（分别嵌在 5、7、9 横条上）。弹簧比较小，易变形，用力要轻，要小心。

(2) 将转盘安装到线路上。转盘的触片朝下，转盘框的 4 个螺孔位置对准印制板的 4 个螺孔位置，然后将转盘从线路板正面扣入。

(3) 将装好的弹簧的旋钮按正确方向放入表壳。

5. 固定印制板

(1) 将印制板对准位置装入表壳，并用四个螺钉紧固。

(2) 装上保险管和电池，转动旋钮，液晶屏应正常显示。

6. 万用表的调试

(1) 初始检测：不要将表笔插在表上，按 POWER 键开机后旋转量程选择开关至各个挡位，检测各挡初始显示是否正确，“-”号会出现或不停地闪动。如果任意一挡显示不正常，应先修理后再调试。

(2) 在调试或检修的过程中, 往往需要输入定量的电压信号, 对它的每项功能和每个量程做定量检验。因此, 能配备一台准确等级指数比被检测的数字式万用表的准确度等级指数小 2 个等级的繁用电源, 那么它就可以作为标准仪表使用。

(3) A/D 转换器的调试: 三位半数字式万用表使用转换集成电路 7106(或 7107) 组成基本量程 200mV 的表头, 通电后用 4 位半数字式万用表(作为标准表)的 200mV 挡测量 7106 集成块的 35 脚和 36 脚之间的电压, 调节 VR1, 使读数在 100.05mV ~ 99.95mV。

(4) 直流电压 DCV 测量: 准备一台可变直流电源, 将电源设置在 DCV 挡中间值, 如套件表量程选择开关置于 2V 量程, 则将电源输出电压设置在 1V。套件表开机后, 将量程开关旋至 DCV 挡位, 在输入插孔 V 及 COM 之间输入可变电源的输出电压, 观察液晶屏所显示的数值, 比较套件仪表和已知标准表的读数。

(5) 如果调试失败: 重新检查 A/D 转换器及调试。检查分压电阻的阻值及焊接。

(6) 交流电压 ACV 调试: 开机后将量程选择开关置于 2V 交流电压量程, 输入插孔 V 及 COM 之间送入 1V 标准电压, 调整 VR2, 使液晶屏显示 1.00(+/-0.01)。检查其余各交流挡位并与已知标准比较读数。当量程开关置于 200V 及以上交流挡位, 检测高电压时, 要非常小心, 以防触电。

(7) 电容 CAP 调试: 开机后将量程选择开关置于 200nf 电容挡位, 将被测量电容量为 0.1uf 的电容插入 Cx 位置, 调整 VR3, 使液晶屏显示读数值相符, 然后检查其余各量程并与已知标准表比较读数。

(8) 支流电流 DCV 测量开机后, 将量程选择开关置于 2mA 电流挡位。当 RA = 10kΩ 时, 电流应该为 1mA, 跟已知标准表比较读数。对于大电流(20)的测量, 需用大电流来校准, 通过对分流线(即粗锰铜丝)的加锡、剪切方法调试。

(9) 电阻测试: 按每个电阻挡的 1/2 值测量电阻, 即在电阻 200Ω 档位测量 100kΩ 电阻, 在 2kΩ 档位测量 1kΩ 电阻, 以此类推, 读出的数值与标准表进行比较。

(10) 二极管测试: 开机后, 量程选择开关置于二极管档位, 测量一个正品硅二极管的正向电压降, 读数应为 700mV 左右, 反向测量时, 液晶显示屏将出现溢出字符。

(11) 晶体管 HFE 档位: 量程开关置于 HFE 档位, 将小功率晶体管插入相应的 NPN 或 PNP 插座内, 与已知标准表比较读数。

五、实验注意事项

(1) 焊接时随时保持烙铁头的清洁和镀锡

(2) 焊接时随时保持烙铁头的清洁和镀锡, 不宜长时间加热, 长时间不用应切断电源。

(3) 元器件的标志符号应方向一致, 处于便于观察的位置。

(4) 如果在安装完毕后发现高压测量的误差较大, 可用酒精将线路板两面清洗干净并用电吹风烘干, 电路板焊接完毕后, 用橡皮将三圈导电环上的焊锡膏、汗渍等残留物擦干净, 否则易造成接触不良。

(5) 在每一个焊点加热的的时间不能过长, 否则会使焊盘脱开或脱离线路板, 对焊点进行修整时, 要让焊点有一定的冷却时间, 否则不但会使焊盘脱开或脱离线路板, 而且会使

元器件温度过高而损坏。

六、实验报告

1. 撰写实验报告,包括电子元件的安装方法、焊接方法和焊点质量的控制方法。
2. 总结实习中发现的问题和解决的办法。

技能训练2: 实验 叠加定理和戴维南定理

一、实验目的

1. 通过实验,加深对叠加定理和戴维南定理的理解。
2. 进一步熟悉稳压电源、直流电流表和数字万用表的使用方法。

二、实验原理

叠加定理可将一个复杂的电路等效若干个简单电路相加。它的内容是:在线性电路中,当有多个独立电源(电压源或电流源)共同作用与电路上时,则电路任意支路的电压或电流,等于电路中每个独立源单独起作用时(其他独立源置零),在该支路上引起的各电压或各电流的代数和。

戴维南定理:一个含独立源的二端网络可以,可以等效为一个独立电压源和电阻相串联的模型。该独立电压源的电压等于含源二端网络的开路电压,等效电阻等于含源二端网络内部所以独立源置零后的等效电阻。

三、实验设备

通用电子试验台,直流数字电压表,直流数字毫安表,万用表(自备),电阻若干。

四、实验内容

叠加定理的验证。

1. 按照电路图2-31连接,调节电压 $E_1 = 10V$, $E_2 = 5V$ (电压源要先调整好,断电后再接入电路,检查无误后接通电源),将毫安表与 R_L 串联测量电流 I_L ,将电压表与 R_L 并联测量电压 U_{ab} 。

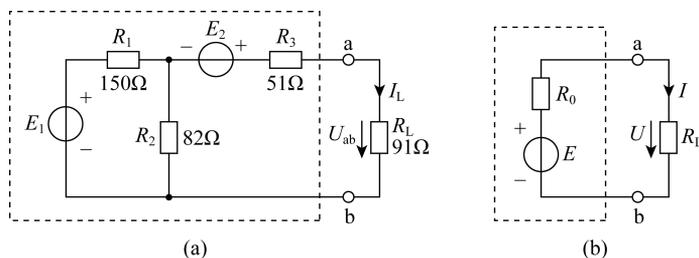


图2-31 叠加定理和戴维南定理实验电路

2. 让电压 E_1 单独起作用, 将电压 E_2 置零, 即去掉 E_2 后用导线直接代替, 测量此时通过 R_L 的电流 I_L' 和两端的电压 U_{ab}' 。

3. 让电压 E_2 单独起作用, 将电压 E_1 去掉, 用导线直接代替, 测量此时通过 R_L 的电流 I_L'' 和两端的电压 U_{ab}'' 。

4. 将 2、3 测量结果对应相加, 与 1 测量结果相比较, 验证叠加定理的正确性。

5. 将测量结果填入表 2-1 中。

表 2-1 实验测量结果

测量项目	E_1	E_2	I_L	U_{ab}
实验内容	(V)	(V)	(mA)	(V)
U_1 单独作用				
U_2 单独作用				
U_1 、 U_2 共同作用				

戴维南定理的验证。

1. 将双路稳压电源 E_1 调至 10V, E_2 调至 5V, 在不通电的情况下按电路图 2-25 连接电路, 将直流毫安表与 R_L 串联, 检查无误的情况下, 接通电源, 测量流过 R_L 的电流 I_L , 用万用表或电压表与 R_L 并联测量 R_L 两端的电压 U_{ab} 。

2. 测量开路电压 U_{oc}

将 R_L 支路断开, 用万用表测量 ab 之间的电压, 即开路电压 U_{oc} 。

3. 测量等效电阻 R_0

将电压源 E_1 和 E_2 去掉, 用导线代替, 用万用表测量 a、b 两端的等效电阻, 即 R_0 。

4. 重新连接一个电路, 将电压为 U_{oc} 电压源和阻值为 R_0 的电阻串联, 再将 R_L 接入电路的两端如图 2-31(b) 所示, 测量此时流过 R_L 的电流 I 和它两端的电压 U , 然后将测量结果与 I_L 和 U_{ab} 相比较, 验证戴维南定理的正确性。

5. 为保证数据的准确性, 可多次测量取平均值。

五、实验注意事项

1. 直流稳压电源的使用, 一般应先调好电压数值, 随后切断电源接入电路, 再到电路供电时闭合电源。

2. 用电压表和毫安表测量时要注意仪表的 +、- 极性不能接反。

3. 用万用表测量等效电阻时不能在带电的情况下进行, 以免损坏万用表。即电路内部独立源要置零。

4. 线路进行变更时要断开电源。

六、实验报告

1. 将所测数据填入所列表格。

2. 根据实验数据表格, 进行分析、比较, 归纳、总结实验结论, 验证定理的正确性。

本章小结


1. 电路的等效变换：电路等效变换的目的，是将复杂的电路简单化
(1) 电阻的串联等效

若干个电阻相串联，总电阻等于各电阻相加。串联电阻具有分压作用。电阻并联的等效：并联电阻的倒数等于各电阻倒数相加。或并联电导等于各电导相加。并联电阻具有分流作用。电阻的星形连接和三角形连接的等效变换关系为

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3} \\ R_{23} &= \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1} \\ R_{31} &= \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2} \end{aligned} \right\}$$

(2) 电源的等效变换

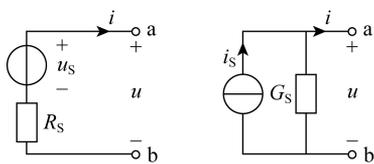
多个实际电压源串联，可等效为一个电压源 U_s 和一个电阻 R_s 串联的模型。等效电压等于原电路中所有电压源电压的代数和，等效后的电压源内阻等于原电路中所有电压源的内阻之和。

即等效电压 $U_s = U_{S1} + U_{S2} + \cdots + U_{SK} = \sum_{k=1}^n U_k$ 或 $u_s = \sum_{k=1}^n u_k$ ，等效内阻 $R_s = \sum_{i=1}^n R_{si}$ 。

多个电流源并联，等效为一个电流源 I_s 和一个电阻 R_s 相并联的模型。等效电流源的电流等于原电路中所有电流源电流的代数和。等效电导等于原电路中所有电导之和。即等效

电流源的电流为 $I_s = I_{S1} + I_{S2} + \cdots + I_{Sn} = \sum_{k=1}^n I_{sk}$ 或 $i_s = \sum_{k=1}^n i_{sk}$ ，等效电导 $G_s = \sum_{k=1}^n G_{sk}$ 。

实际电压源和实际电流源的等效如图 2-32 所示。



$$u_s = \frac{i_s}{G_s} \quad R_s = \frac{1}{G_s} \quad i_s = \frac{u_s}{R_s} \quad G_s = \frac{1}{R_s}$$

图 2-32 实际电压源和实际电流源的等效

受控电压源和受控电流源之间的等效关系和实际电源之间的等效关系相同。但受控源的控制量在等效变换的过程中要保留或转移。

2. 直流电路的网络分析方法：支路电流法、节点电压法、网孔法等

支路电流法：具有 b 条支路和 n 个节点的电路，用 b 个支路电流（电压）作为电路变量，列出 $(n-1)$ 个节点的 KCL 方程和 $(b-n+1)$ 个回路的 KVL 方程，然后代入元件的 VCR。求解这 b 个方程。支路分析法的优点是直观，物理意义明确。缺点是方程数目多，

计算量大。电路中包含受控源时，要看作独立源。

节点电压法：以节点电压为变量，需列写 $n - 1$ 个节点的 KCL 方程。节点方程列写规则如下：本节点电压 \times 自电导 $+$ \sum 相邻节点电压 \times 互电导 = 流入本节点电流源的代数和。自电导恒为正，互电导恒为负。需注意，与电流源串联的电导不记入自电导或互电导。电路中包含电压源和电阻并联的形式，需将其转换成电流源和电阻并联的形式。含受控源时，把它当作独立源对待，但需补充和控制量有关的方程。

网孔分析法：适用于平面电路，以网孔电流为电路变量，需列写 $(b - n + 1)$ 个网孔的 KVL 方程。列写规则如下：本网孔电流 \times 自电阻 $+$ \sum 相邻网孔电流 \times 互电阻 = 本网孔沿网孔电流方向电压源电压升的代数和。若网孔电流均选为顺时针或均选为逆时针，自电阻恒为正，互电阻恒为负。若电路中含电流源和电阻并联的支路，要将其等效变换为电压源和电阻串联的形式。

3. 线性电路的定理

叠加定理：在线性电路中，任一支路电压或电流都是电路中各独立电源单独作用时在该支路上电压或电流的代数和。

应用叠加定理应注意以下几点。

(1) 叠加定理只适用于线性电路的电压、电流的计算，不适合功率的计算，也不适合非线性电路的分析。

(2) 某一个独立电源单独作用时，其余独立源置零。电压源置零是短路，电流源是置零开路。

(3) 受控源为非独立电源，应保留不变。

戴维南定理：任一线性有源二端网络 N ，可以等效为一个独立电压源和一个电阻的串联的模型。其中，独立电压源的电压等于该二端网络 N 输出端的开路电压 u_{oc} ，串联电阻 R_o 等于将该二端网络 N 内所有独立源置零时从输出端看入的等效电阻。

思考与练习

一、填空题

1. 串联电阻具有_____作用，并联电阻具有_____作用。
2. 实际电压源模型“20V、 1Ω ”等效为电流源模型时，其电流源 $I_s =$ _____ A，内阻 $R_i =$ _____ Ω 。
3. 电阻均为 9Ω 的 Δ 形电阻网络，若等效为 Y 形网络，各电阻的阻值应为 _____ Ω 。
4. 在含有受控源的电路分析中，特别要注意：不能随意把_____的支路消除掉。
5. 具有两个引出端钮的电路称为_____网络，其内部含有电源称为_____网络，内部不包含电源的称为_____网络。
6. 叠加定理指的是在多个电源共同作用的线性电路中，任一支路的响应均可看成是由各个激励单独作用下在该支路上所产生的响应的_____。

7. 网孔电流法可以适当减少方程式数目, 是以假想_____为未知量, 直接应用_____定律求解电路的方法。
8. 对于具有 n 个结点 b 个支路的电路, 可列出_____个独立的 KCL 方程, 可列出_____个独立的 KVL 方程。

二、选择题

- 必须设立电路参考点后才能求解电路的方法是()。
 - 支路电流法
 - 回路电流法
 - 结点电压法
- 理想电压源和理想电流源间()。
 - 有等效变换关系
 - 没有等效变换关系
 - 有条件下的等效关系
- 图 2-33 所示单口网络的等效电阻等于()。
 - 2Ω
 - 4Ω
 - 6Ω
 - -2Ω
- 图 2-34 所示单口网络的开路电压 u_{oc} 等于()。
 - 3V
 - 4V
 - 5V
 - 9V
- 只适用于线性电路求解的方法是()。
 - 弥尔曼定理
 - 戴维南定理
 - 叠加定理
- 理想电压源的内阻为()。
 - 0
 - ∞
 - 有限值
 - 由外电路来确定

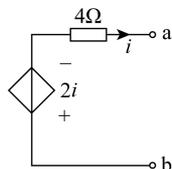


图 2-33

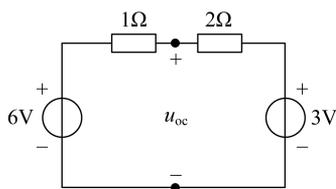


图 2-34

三、判断题

- 叠加定理只适合于直流电路的分析。()
- 应用结点电压法求解电路时, 参考点可要可不要。()
- 实用中的任何一个两孔插座对外都可视为一个有源二端网络。()
- 理想电压源和理想电流源可以等效互换。()
- 两个电路等效, 即它们无论其内部还是外部都相同。()
- 受控源在电路分析中的作用, 和独立源完全相同。()
- 电路等效变换时, 如果一条支路的电流为零, 可按短路处理。()

四、分析计算

[习题 2-1] 如图 2-35 所示, 求等效电阻 R_{ab} 和 R_{ac} 。

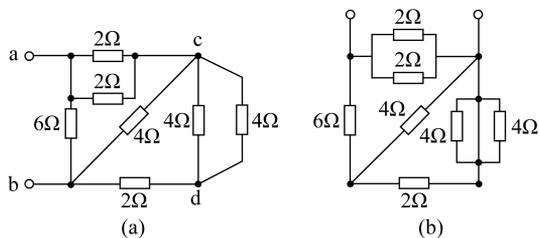


图 2-35 习题 2-1 图

[习题 2-2] 如图 2-36 所示, 求 2Ω 电阻消耗的功率 P 。

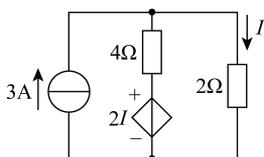


图 2-36 习题 2-2 图

[习题 2-3] 将图 2-37 化简为一个等效的电压源。

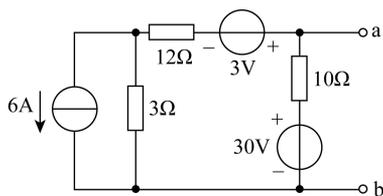


图 2-37 习题 2-3 图

[习题 2-4] 计算如图 2-38 所示电路中的电流 i 和电压 u 。

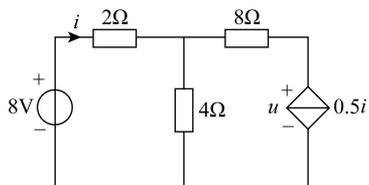


图 2-38 习题 2-4 图

[习题 2-5] 用网孔分析法计算如图 2-39 所示电路中的网孔电流 i_1 和 i_2 。

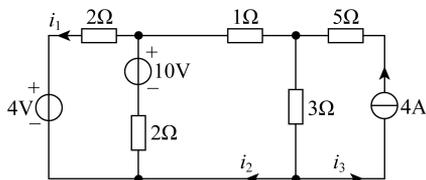


图 2-39 习题 2-5 图

[习题 2-6] 计算如图 2-40 所示电路中的电压 u_1 和 u_2 。

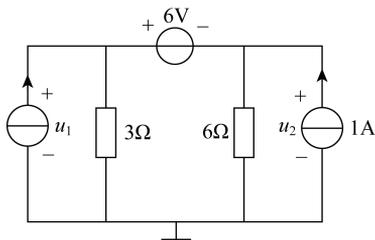


图 2-40 习题 2-6 图

[习题 2-7] 如图 2-41 所示, 已知电路中电压 $U=4.5\text{V}$, 试应用已经学过的电路求解法求电阻 R 。

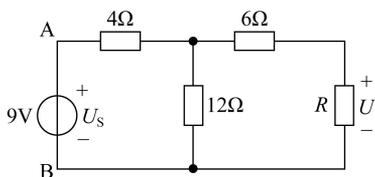


图 2-41 习题 2-7 图

[习题 2-8] 如图 2-42 所示电路, 已知 $U=3\text{V}$, 求 R 。

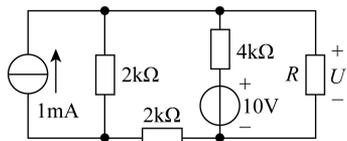


图 2-42 习题 2-8 图

[习题 2-9] 如图 2-43 所示电路, 已知 $U_s=3\text{V}$, $I_s=2\text{A}$, 求 U_{AB} 和 I 。

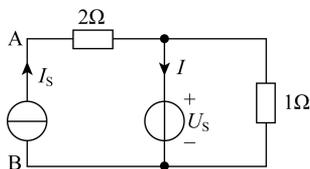


图 2-43 习题 2-9 图

[习题 2-10] 电路如图 2-44 所示, 列写结点电压方程, 求 10V 电压源的电流及发出的功率。

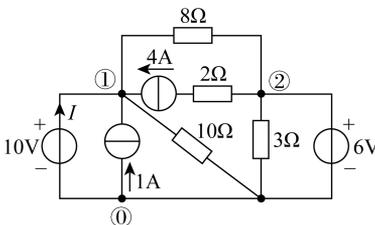


图 2-44 习题 2-10 图

[习题 2-11] 求 2-45 所示电路中 2A 电流源之发出功率。

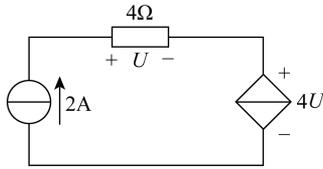


图 2-45 习题 2-11 图

[习题 2-12] 求解图 2-46 所示电路的戴维南等效电路。

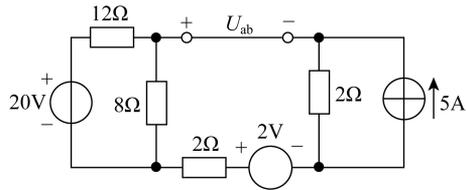


图 2-46 习题 2-12 图

[习题 2-13] 求图 2-47 所示的戴维南等效电路。

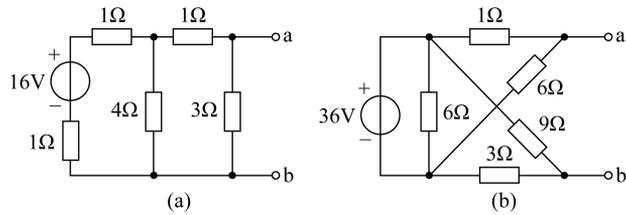


图 2-47 习题 2-13 图